

Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2025 – 2026 учебном году

Ответы и решения

Общие положения

1) Максимальная оценка за каждую задачу — 7 баллов.

2) 7 баллов ставится за безукоризненное решение задач; 6 баллов означает, что в решении допущена мелкая погрешность, например, не разобран частный случай, не влияющий на решение. 4 или 5 баллов означают, что все идеи, необходимые для решения найдены, задачу в целом надо считать решённой, однако приведённое решение имеет существенные недостатки, например, в доказательстве ключевого факта имеются пробелы, устранимые не совсем очевидным образом. 2 — 3 балла ставится, если в решении задачи имеется серьёзное продвижение, однако для решения необходимы дополнительные идеи, не указанные в решении. 1 балл означает, что в решении имеется только очень мелкое продвижение, как то: замечен, но не доказан ключевой факт, разобран нетривиальный частный случай или приведён (но не обоснован) верный ответ, который не вполне тривиален. Если приведённые в решении факты, идеи, выкладки к решению явным образом не ведут, то задача оценивается в 0 баллов, также как и в случае, когда решение задачи отсутствует.

3) В таблице критериев по каждой задаче баллы не суммируются, то есть при применении критерия на большее количество баллов критерии на меньшее число баллов не дают вклада в результат.

4) В случае наличия в одной работе нескольких решений оценивается ровно одно решение, то, которое приносит больше баллов. За другие решения баллы не снимаются и не начисляются.

5) Критерии оценки, приведённые в прилагаемых решениях (таблица в конце решения каждой задачи) являются обязательными и не могут быть изменены. Однако это не означает, что выставаемые за задачу баллы обязательно должны совпасть с приведёнными в таблице: в случае, когда жюри вырабатывает дополнительные критерии (см. следующий пункт) жюри может выставить балл, которого в таблице нет (например, в таблице предусмотрены только 0 и 7 баллов, а жюри выставляет 5 баллов). Таблицы критериев составлены таким образом, что перечисляют отдельные случаи; накопление баллов за разные пункты не предусмотрено. Финальная оценка является целым числом от 0 до 7.

6) Оценка за задачу не может быть снижена за неаккуратный почерк, ошибки в русском языке, или явные опiski в выкладках. Также недопустимо снижение баллов за не чёткий чертёж в геометрической задаче или даже за отсутствие такового. Нельзя требовать с участника олимпиады, чтобы он переписывал условие задачи, в том числе не обязательно краткая запись условия геометрических задач.

7) Школьник имеет право сам выбрать способ решения той или иной задачи; не допускается снижать оценку за то, что выбранный школьником способ решения не самый лучший или отличается от предложенных нами способов.

8) Факты и теоремы школьной программы (в том числе и те, которые приведены только в задачах школьных учебников) следует принимать без доказа-

тельств. Школьник имеет право без доказательства использовать любые такие факты, даже если они проходятся в более старших классах. Допускается (также без доказательств) использование математических фактов, изучающихся на факультативах. В частности, без ограничения можно применять формулы аналитической геометрии, математического анализа, принцип математической индукции, теоремы теории графов и т.п.

9) В случае, если решение школьника принципиально отличается от решений, предложенных программным комитетом, и не может быть подведено под предлагаемые критерии, проверяющие вырабатывают критерии самостоятельно в соответствии с пунктом 2.

10) В случае возникновения спорных ситуаций при проверке работ олимпиады жюри вправе обратиться за разъяснениями и советом к составителям пакета заданий: д.ф-м.н. Валерию Трифоновичу Шевалдину и к.ф-м.н. наук Сергею Эрнестовичу Нохрину (адрес эл.почты **varyag2@mail.ru**, тел. +**79220350324**).

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады
школьников по математике
в 2025 – 2026 учебном году
6 класс**

Время выполнения заданий — 3 часа 55 минут

6.1. Две команды проводили между собой конкурс, состоящий из 13 заданий. За победу в любом задании команда получала 3 очка, за ничью — 2 очка, за поражение — 1 очко. Одна из команд набрала 25 очков. Выиграла она в конкурсе или проиграла? Ответ обоснуйте.

Решение: За каждое задание две команды в сумме получают ровно 4 очка, поэтому за конкурс из 13 заданий они в сумме набрали $13 \cdot 4 = 52$ очка. Тогда вторая команда набрала $52 - 25 = 27$ очков, поэтому она выиграла со счётом $27 : 25$.

Ответ: команда проиграла.

Рекомендации по проверке:

Есть в работе	Баллы
Верный обоснованный ответ	7 баллов
Приведён верный пример, показывающий, что команда могла проиграть	3 балла
Верный ответ без обоснования	0 баллов

6.2. От шоссе к четырём поселкам A , B , C , D последовательно отходят четыре дороги. Известно, что путь по дороге–шоссе–дороге от A до B равен 9 км, от A до C — 13 км, от B до C — 8 км, от B до D — 14 км. Найдите длину такого пути от A до D . Ответ обоснуйте.

Решение: Длина маршрута от A до C через посёлок B равна $AB + BC = 17$ км, что на 4 км больше, чем напрямую от A до C . Разность длин — это удвоенное расстояние от B до шоссе. Значит, B отстоит от шоссе на расстояние 2 км. Длина маршрута от A до D через посёлок B равна $AB + BD = 23$ км, из которых 4 приходится на дорогу от шоссе до пункта B и обратно. Значит, путь напрямую от A до D составляет $23 - 4 = 19$ км.

Ответ: 19 км.

Рекомендации по проверке:

Есть в работе	Баллы
Верный обоснованный ответ	7 баллов
При верном ходе решения есть арифметические ошибки возможно, приведшие к неверному ответу	6 баллов
Условие задачи верно записано с помощью системы уравнений; эта система не решена или решена алгебраически неверно	3 балла
Имеется верная схема дорог (с указанием данных расстояний)	1 балл
Верный ответ без обоснования	0 баллов

6.3. *В помещении банка находятся 12 закрытых сейфов, стоящих в ряд. Известно, что ближайшей ночью сотрудники банка откроют три соседних сейфа, и в средний открытый сейф положат слиток золота. Затем сейфы снова закроют. У имеющего доступ к сейфам начальника охраны имеется 6 одинаковых детекторов, каждый из которых, будучи помещенный на сейф, может определить, открывался этот сейф или нет. Может ли начальник охраны сегодня вечером разместить детекторы на сейфах так, чтобы на завтрашнее утро он по их показаниям определил, где лежит слиток золота? Ответ обоснуйте.*

Решение: Покажем, что начальник охраны сможет определить положение слитка золота, если разместит детекторы на сейфах через один (например, на всех нечётных сейфах, считая слева). Действительно, теперь из любых трёх последовательно стоящих сейфов детекторами снабжены либо один, либо два; соответственно, наутро один или два детектора покажут, что их сейфы открывались, а остальные этого не покажут. Если детекторы показали, что открывались два сейфа, то открывался и сейф между ними, и именно в нём находится слиток. Если же только один детектор показал, что его сейф открывался, то открывались и два его соседа, а, значит, слиток лежит в том сейфе, на котором установлен сработавший детектор.

Другой алгоритм решения задачи таков: начальник охраны не ставит детекторы на два сейфа с каждого из краёв и на два средних, то есть сейфы с детекторами стоят двумя группами по три и с расстоянием в два сейфа между группами. Легко видеть, что при любом вскрытии трёх последовательных сейфов сработают детекторы в какой-то из групп. Если сработают все три — золото в среднем из них, если два — то оно в крайнем, на котором сработал детектор. Если один — оно в сейфе без детектора, стоящем рядом с тем, который открывали.

Можно доказать, что остальные размещения детекторов не гарантируют однозначного определения местоположения слитка.

Ответ: может.

Рекомендации по проверке:

Есть в работе	Баллы
Приведёна верная схема установка детекторов и показано, как наутро определить местоположение слитка	7 баллов
Приведёна верная схема установка детекторов, но не обосновано, что местоположение слитка можно определить во всех случаях	4 балла
Верный ответ без обоснования	0 баллов

6.4. *Можно ли прямоугольник размером $15\text{ см} \times 43\text{ см}$ разрезать без остатка на прямоугольники (не обязательно одинаковые) с целыми сторонами, у каждого из которых одна сторона больше другой ровно на 7 см ? Ответ обоснуйте.*

Решение: Предположим, что нам удалось осуществить требуемое разрезание. Тогда у каждого из полученных прямоугольников длины сторон выражаются целым числом сантиметров, причём одна — чётным числом, другая — нечётным. Значит, площадь каждого из прямоугольников, выраженная в квадратных сантиметрах, равна чётному целому числу. Тогда целому чётному числу равна и сумма этих площадей, равная площади исходного прямоугольника. Но эта площадь равна $15 \cdot 43\text{ см}^2$ — число нечётное. Противоречие.

Ответ: нельзя.

Рекомендации по проверке:

Есть в работе	Баллы
Верный обоснованный ответ	7 баллов
При верном решении не доказано (хотя используется) чётность площади отрезаемых прямоугольников	5 баллов
Имеется идея сравнить площади исходного прямоугольника и полученных при разрезании	2 балла
Верный ответ без обоснования, а также его иллюстрация неполным перебором случаев	0 баллов

6.5. *По кругу стоят 20 натуральных чисел (не обязательно различных). В каждой четверке подряд идущих чисел есть число, большее суммы трёх оставшихся. Какое наименьшее значение может принимать сумма этих 20 чисел? Ответ обоснуйте.*

Решение: Сумма любых трёх натуральных чисел не меньше трёх, поэтому в каждой четвёрке подряд идущих чисел есть число, большее или равное 4. Остальные три числа не меньше 1 каждое, поэтому сумма любых четырёх последовательных

чисел не меньше, чем $4 + 3 \cdot 1 = 7$. Так как все числа можно разбить на пять непесекающихся последовательных четвёрок, общая сумма не меньше, чем $5 \cdot 7 = 35$.

Пример, когда сумма равна 35, строго единственный. 15 единиц стоят группами по три единицы, а группы разделены одной четвёркой.

Ответ: 35.

Рекомендации по проверке:

Есть в работе	Баллы
Верный обоснованный ответ	7 баллов
Обосновано, что сумма всегда не меньше 35, а примера, подтверждающего эту оценку, нет	5 баллов
Верный пример без доказательства оптимальности	3 балла
Замечено, что среди любых четырёх последовательных чисел есть не меньшие 4	2 балла
Верный ответ без обоснования	1 балл
Примеры, когда сумма чисел больше 35	0 баллов